

DOI: 10.16285/j.rsm.2017.0917

整体刚性面板加筋土挡墙基频影响因素计算分析

徐 鹏^{1,2}, 蒋关鲁^{1,2}, 胡耀芳¹, 任世杰², 王智猛³

(1. 西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031; 2. 西南交通大学 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031;
3. 中铁二院工程集团有限责任公司, 四川 成都 610031)

摘 要: 作为一种柔性支挡结构, 加筋土挡墙相较于传统重力式挡墙具有优越的抗震性能。由于结构在地震等动荷载作用下的动力响应大小与其自身的固有频率大小有关, 因此, 固有频率的研究显得尤为重要, 特别是其最小值基频。以整体刚性面板加筋土挡墙为研究对象, 分别用弹性地基梁模型、线性弹簧模型表示面板、填土及筋材, 提出了一种加筋土挡墙固有频率计算方法。计算求得的基频值与既有瑞利能量法计算值具有较好的一致性。参数分析表明: 填土中铺设筋材可以增大墙体的基频; 对于加筋土挡墙, 筋材长度以及筋材-填土界面摩擦系数对墙体基频影响较小; 随着筋材竖向间距的增大, 加筋密度对加筋土挡墙基频的影响逐渐减小; 墙体基频随着面板宽度的增大先减小后增大; 随着面板模量的减小, 墙体基频趋于恒值。

关 键 词: 加筋土挡墙; 整体刚性面板; 基频; 格栅长度; 加筋密度

中图分类号: TU457

文献标识码: A

文章编号: 1000-7598 (2018)12-4475-07

Calculation of fundamental frequencies of reinforced retaining walls with full-height rigid facing

XU Peng^{1,2}, JIANG Guan-lu^{1,2}, HU Yao-fang¹, REN Shi-jie², WANG Zhi-meng³

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;

2. Key Laboratory of High-Speed Railway Engineering of Ministry of Education, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan 610031, China;

3. China Railway Eryuan Engineering Group Co., Ltd., Chengdu, Sichuan 610031, China)

Abstract: As a flexible retaining structure, reinforced earth retaining wall has superior seismic performance comparing to traditional gravity retaining wall. the dynamic response of the structure under earthquake and other dynamic loads is related to its natural frequency, especially its minimum fundamental frequency. In this study, the reinforced soil retaining wall with full-high rigid facing is investigated. A method is developed to determine the natural frequencies by using elastic foundation beam model and linear spring model to represent panel, fill and reinforcement. Fundamental frequencies calculated by the proposed method agree well with those calculated by the traditional Rayleigh's method for gravity retaining walls and reinforced soil retaining walls, respectively. Parametric analyses show that laying reinforcements in the backfill can increase the fundamental frequencies. the reinforcement length and reinforcement-soil interface friction coefficient trivially influence the fundamental frequencies of reinforced soil retaining walls. the effects of reinforcement density on fundamental frequencies decrease gradually as reinforcement vertical spacing increases. the values of fundamental frequencies decrease firstly and then increase as facing width increases. fundamental frequencies tend to constant values with decreasing panel facing modulus.

Keywords: reinforced soil retaining wall; full-height rigid facing; fundamental frequency; reinforcement length; reinforcement density

1 引 言

近年来, 随着加筋土挡墙优越的抗震性能在神

户^[1]、集集^[2]、汶川^[3]等地震中被不断验证, 加筋土挡墙被广泛应用于地震活跃区。

为研究加筋土挡墙抗震特性, 国内外学者们进

收稿日期: 2017-05-10

基金项目: 中国铁路总公司科技研究开发计划项目 (No.2014G003-C)。

This work was supported by the Project of Science and Technology Research and Development Plan of China Railway Corporation (2014G003-C).

第一作者简介: 徐鹏, 男, 1988 年生, 博士研究生, 主要从事高速铁路路基及地基处理设计等方面的研究工作。E-mail: sdxp163@163.com

通讯作者: 蒋关鲁, 男, 1962 年生, 博士, 教授, 主要从事道路与铁道工程方向研究工作。E-mail: wgljiang@swjtu.edu.cn

行了广泛且深入的研究: 贾亮^[4]、程亚男^[5]均采用解析计算的方式对地震荷载下加筋土挡墙筋材拉力的变化规律进行了计算分析; 朱宏伟^[6]、Latha^[7]等分别通过振动台模型试验测试了加筋土挡墙地震荷载下格栅拉力、动土压力及加速度的分布规律; 为多参数研究地震荷载下加筋土挡墙动力特性, 汪益敏^[8]、Ling^[9]等利用数值模拟软件对加筋土挡墙不同设计参数下的动力响应进行了模拟分析。

加筋土挡墙在地震荷载作用下的破坏过程是一个结构阻尼与固有频率不断变化的过程, 当外荷载频率接近其固有频率时, 墙体将产生较大的位移或加速度, 因此, 加筋土挡墙固有频率的大小对结构自身的抗震性能显得尤为重要。

将填土定义为线弹性模型, 在满足平面应变假设条件下, Matsuo 等^[10]求解了两种边界条件下的固有频率解, 并认为实际固有频率数值位于两者之间。同样认为挡土墙固有频率仅是几何参数(墙高、填土宽度)与剪切波速的函数, Scott^[11]、Wu^[12]等对几何参数项进行了调整。为考虑挡墙面板与填土之间的相互作用, Ghanbari^[13]、Ramezani^[14]等将面板等效为弹性梁模型, 采用瑞利法分别求解了普通挡土墙及加筋土挡墙的固有频率, 但是由于瑞利法受限于振型函数的预先假定, 因此, 其计算结果仅为近似值且计算精度取决于振型函数的假定。除此之外, 瑞利法也很难得到结构高阶自振频率。

为求解加筋土挡墙固有频率, 同时考虑面板与填土及筋材之间的相互作用, 本文将面板等效为温克尔地基梁模型, 求解了其固有频率的表达式, 并将本文计算结果与既有解进行了对比分析, 最后分析了墙高、格栅长度、竖向间距、面板模量及宽度等对加筋土挡墙固有频率的影响。

2 计算模型及求解

加筋土挡墙作为一种轻型柔性支挡结构, 其抗震性能优于传统的重力式挡墙。当加筋土挡墙应用于高速铁路时, 受限于高速铁路严格的沉降变形要求, 整体刚性面板加筋土挡墙被广泛应用^[15], 如日本高铁中大量采用现浇式整体刚性面板加筋土挡墙, 为此本文以整体刚性面板为研究对象。

2.1 基本假定

为便于求解, 对图 1 加筋土挡墙计算模型做出如下假定: ①墙后填土水平, 满足平面应变假定^[10]; ②筋材、墙后填土等效为沿墙高均匀分布弹簧; ③面板简化为等截面弹性地基梁, 忽略面板转动惯量

以及剪切变形影响^[13-14]; ④面板、墙后土体为均匀、各向同性的弹性介质^[10-14]。

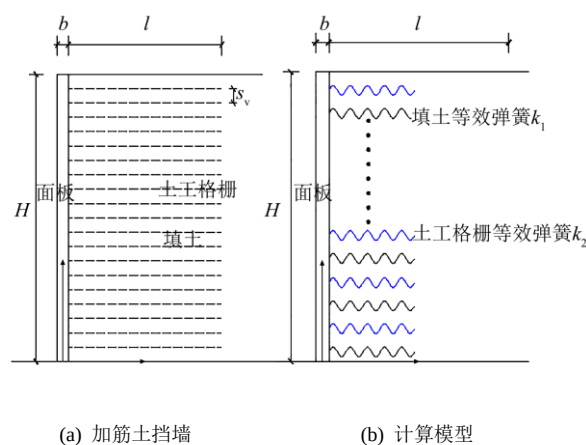


图 1 加筋土挡墙横断面及计算模型

Fig.1 Cross-section of a reinforced soil retaining wall and its equivalent calculation model

2.2 模型求解

当面板产生横向水平位移时, 根据图 2, 由水平方向受力平衡可得

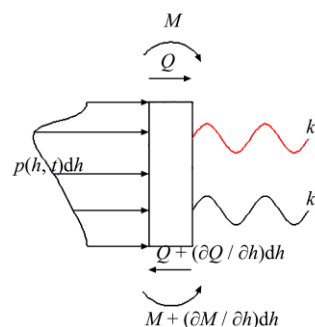


图 2 面板作用力

Fig.2 Forces acting on the facing element

$$m dh \frac{\partial^2 X(h,t)}{\partial t^2} - Q + \left(\frac{\partial Q}{\partial h} dh + Q \right) - p(h,t) dh + (k_1 + k_2) X(h,t) dh = 0 \quad (1)$$

式中: $X(h,t)$ 为 t 时刻 h 位置处的位移; Q 为截面剪力; m 为单位质量; $p(h,t)$ 为外荷载; k_1 为填土弹簧刚度, 根据文献^[16], $k_1 = \frac{4(1-\nu_s)G_s}{5H(1-2\nu_s)}$, 其中 G_s 、 ν_s 、 H 分别为填土剪切模量、填土泊松比、墙体高度; k_2 为筋材弹簧刚度。

为便于力学模型求解, 按照假设②, 将间隔布置的筋材用沿墙高均匀分布的等效弹簧替代, 即

$k_2 = \min\left(\left(\sum_{i=1}^n T_i / l\varepsilon_i\right) / H, k_j\right)$, 其中, ε_i 、 T_i 分别为筋材拉力、应变, 其中本文计算中应变取为 2%; k_j 为筋材刚度设计值。

整理化简式 (1) 可得

$$mdh \frac{\partial^2 X(h,t)}{\partial t^2} + \frac{\partial Q}{\partial h} - p(h,t) + (k_1 + k_2)X(h,t) = 0 \quad (2)$$

根据假设③, 截面弯矩应满足:

$$\begin{aligned} M + \frac{\partial M}{\partial h} dh - M - Q dh + p(h,t) dh \frac{dh}{2} + \\ (k_1 + k_2)X(h,t) dh \frac{dh}{2} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

根据材料力学可知:

$$M = EI \frac{\partial^2 X(h,t)}{\partial h^2} \quad (4)$$

式中: EI 为截面抗弯刚度。则将其代入式 (3) 可得

$$\begin{aligned} mdh \frac{\partial^2 X(h,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 X(h,t)}{\partial h^4} + \\ (k_1 + k_2)W(h,t) = p(h,t) \end{aligned} \quad (5)$$

根据弹性理论令式 (5) 右端为 0, 即

$$\begin{aligned} mdh \frac{\partial^2 X(h,t)}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 X(h,t)}{\partial h^4} + \\ (k_1 + k_2)X(h,t) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

为求解式 (6), 令 $X(h,t) = D(h)q(t)$, 并将其代入式 (6) 化简可得

$$\left. \begin{aligned} D'''(h) - D(h)\beta^4 &= 0 \\ \frac{q''(t)}{q(t)} &= -\omega^2 \\ \beta^4 &= \frac{m\omega^2}{EI} - \frac{k_1 + k_2}{EI} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

由于式 (7) 第 1 式为四阶常系数微分方程, 则其通解为

$$D(h) = a_1 \sin \beta h + a_2 \cos \beta h + a_3 \operatorname{sh} \beta h + a_4 \operatorname{ch} \beta h \quad (8)$$

式中: $a_n (n=1, 2, 3, 4)$ 为待定系数, 由边界条件确定。

数值模拟^[17]及模型试验^[7]表明, 整体刚性面板加筋土挡墙在地震荷载下通常发生转动变形。若弹性梁模型假定为顶部自由, 底部铰支, 此时边界条

件为

$$\left. \begin{aligned} EID''(h)|_{h=H} &= 0 \\ EID'''(h)|_{h=H} &= 0 \\ D(0)|_{h=0} &= 0 \\ D''(0)|_{h=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

把式 (8) 代入式 (9), 则待定系数 $a_n (n=1, 2, 3, 4)$ 及 β 满足以下关系:

$$\left. \begin{aligned} a_2 + a_4 &= 0 \\ a_2 - a_4 &= 0 \\ a_1(\sin \beta H) - a_3(\sinh \beta H) &= 0 \\ a_1(\cos \beta H) - a_3(\cosh \beta H) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

将 β 代入式 (7) 第 3 式, 则系统固有频率表示为

$$\omega_j = \sqrt{\frac{\beta_j^4 EI}{\rho A} + \frac{k_1}{\rho A} + \frac{k_2}{\rho A}} \quad j = (1, 2, 3, 4, \dots) \quad (11)$$

同理, 若弹性梁模型的边界条件为底部固支, 顶部自由, 仍可得式 (11) 所示结构形式的固有频率解。式 (11) 中的 β_j 根据边界条件不同, 其取值不同。根据式 (11) 可知, 加筋土挡墙固有频率的大小主要由面板尺寸与刚度、填土等效弹簧刚度及筋材等效弹簧刚度决定。

3 算例验证及参数分析

3.1 算例验证

为检验本文计算模型的正确性, 将本文计算解与 Matsuo^[10]、Wu^[12]、Ghanbari^[13]等既有解析解进行对比分析。对于非加筋的挡土墙, 计算时将式 (11) 中筋材刚度系数取为 0。计算参数如表 1 所示。

表 1 计算参数
Table 1 Calculation parameters

E/GPa	b/m	$\rho/(\text{kg}/\text{m}^3)$	$\rho_s/(\text{kg}/\text{m}^3)$	E_s/MPa	ν_s
26	0.3	2 320	1 900	17.3	0.3

由图 3 可知, 本文计算值接近 Matsuo^[10]、Ghanbari^[13]等的值并大于 Wu^[12]的计算值, 同时随着墙高的增大, 墙体固有频率不断减小, 即墙体高度较大时, 挡墙在低频荷载下越易发生共振。除此之外从图 3 还可发现, 高度对固有频率的影响在 $H < 7 \text{ m}$ 时较显著, 当墙高继续增大时, 固有频率减小趋势减弱。

为了分析当结构为加筋土挡墙时本文计算结果的可靠性,将本文计算结果与文献[14]中的计算值进行对比,计算结果如表 2 所示。

由表 2 可知,3 种计算方法求解的自振频率均随墙高的增大而减小。与墙高较小时相比,墙高较大时各方法计算结果相对更接近。上述各方法的计算值存在一定差异的原因可能为:文献[14]中加筋土挡墙面板虽然发生转动变形,但是在计算中仍然考虑了地基土侧向约束的影响。

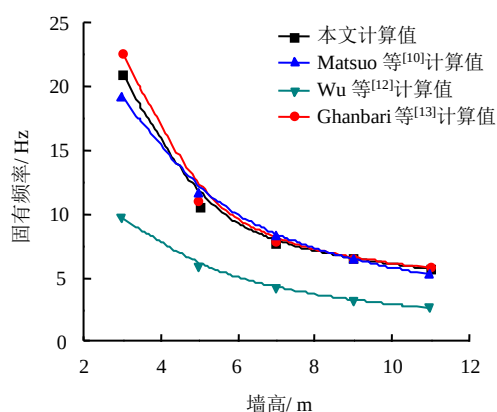


图 3 固有频率计算值

Fig.3 Calculated values of natural frequencies

表 2 计算结果
Table 2 Calculation results

H/m	文献[14]解析解/Hz	文献[14]数值模拟解/Hz	本文解/Hz
3	24.7	24.8	19.8
5	16.3	16.1	14.9
7	12.5	12.4	12.3
10	9.6	9.4	10.2

3.2 参数分析

为分析筋材长度 l 、竖向间距 s_v 、面板模量 E 、面板宽度 b 等对加筋土挡墙固有频率的影响,令各参数基准值如下:面板宽度 b 、高度 H 、弹性模量 E 、重度 γ 分别为 0.3 m、6 m、26 GPa、23.2 kN/m³;筋材长度 l 、竖向间距 s_v 分别为 $0.7H$ 、0.3 m;填土模量 E_s 、重度 γ_s 、泊松比 ν_s 、内摩擦角 φ 分别为 17.3 MPa、19 kN/m³、0.3、35°;筋材-填土界面摩擦系数 f 为 0.4;筋材刚度设计值 k_j 为 1 500 kN/m;墙底约束为固支。

3.2.1 筋材长度

由铁路规范^[17]可知,加筋土挡墙最小加筋长度通常应当满足不小于 $0.6H$ 的要求。为便于分析设计参数对加筋土挡墙与其他挡墙的不同影响,定义满

足上述规范设计尺寸及结构要求的挡土墙为加筋土挡墙,其他情况为非加筋土挡墙。

不同 l/H 时,加筋土挡墙前 5 阶固有频率如图 4 所示。当 l/H 增大时,各阶固有频率几乎不变,这与数值模拟^[18]结果相一致,即筋材长度对墙体固有频率没有影响。考虑到地震荷载多为主频是低频的动荷载,因此,在下文分析中仅考虑各参数对加筋土挡墙第 1 阶固有频率(基频)的影响。

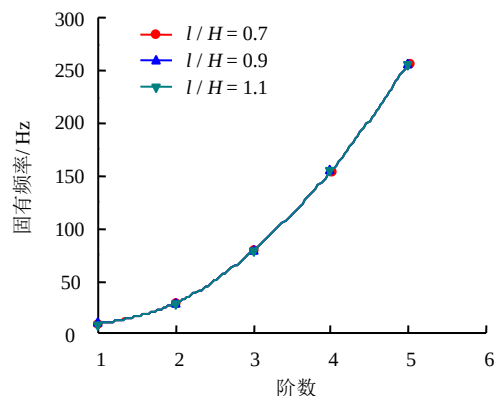


图 4 l/H 对前 5 阶固有频率影响

Fig.4 Effects of l/H on the first to fifth order natural frequencies

令面板高度 H 为 3、6、9、12 m,分别取筋材长度与墙高比值 $l/H = 0.0, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9, 1.1, 1.3$ 进行分析,计算结果如图 5 所示。根据图可知,对于加筋土挡墙,在满足设计要求的加筋长度范围以内,筋材长度的变化对墙体固有频率几乎不产生影响;对于非加筋土挡墙,当筋材长度从 0 开始增大时,随着筋材长度的增大,墙体固有频率呈现一定的增大趋势。综上可知,加筋可提高墙体固有频率,但在筋材长度满足设计要求范围内时,加筋长度对提高加筋土挡墙固有频率的效果不明显。

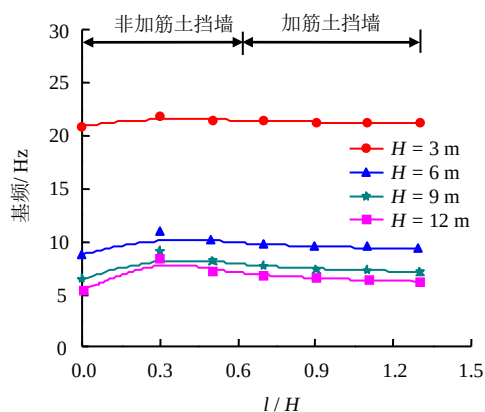


图 5 l/H 对基频影响

Fig.5 Effects of l/H on fundamental frequencies

3.2.2 筋材竖向间距 s_v

为分析不同筋材竖向间距 s_v 时的基频变化规律, 将其无量纲处理, 定义 ζ 为加筋密度并将其表示为

$$\zeta = 1 - \frac{s_v}{H} \quad (12)$$

另外考虑到对于加筋土挡墙, 其筋材-填土界面摩擦系数在工作状态下不应为 0, 因此, 本文定义当 $f > 0$ 时, 墙体为加筋土挡墙; $f = 0$ 时, 为非加筋土挡墙。

根据图 6 可知, 随着加筋密度减小, 墙体基频逐渐减小。当 $f = 0$ 时, 即对于非加筋土挡墙, 加筋密度在不同墙高时对结构基频均无影响。除此之外, 从图还可发现, 筋材-填土界面摩擦系数 f 对加筋土挡墙固有频率影响不明显。

3.2.3 面板宽度

根据连续梁振动理论可知, 尽管面板宽度的增大使结构截面抗弯抗弯刚度增大, 但同时增大了结构质量, 因此, 图 7 中的加筋土挡墙基频随着面板宽度增加呈现先减小后增大的趋势。对比不同宽度

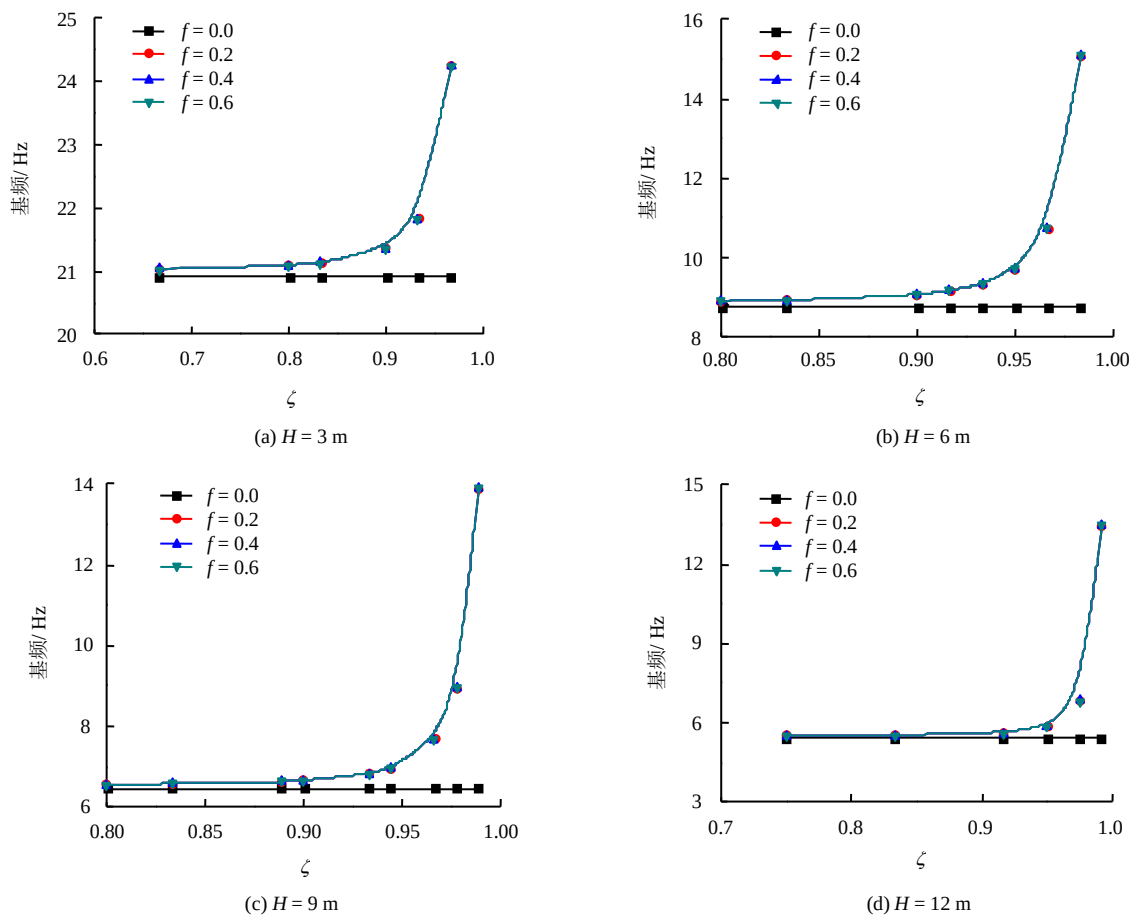


图 6 ζ 对基频的影响

Fig.6 Effects of ζ on fundamental frequencies

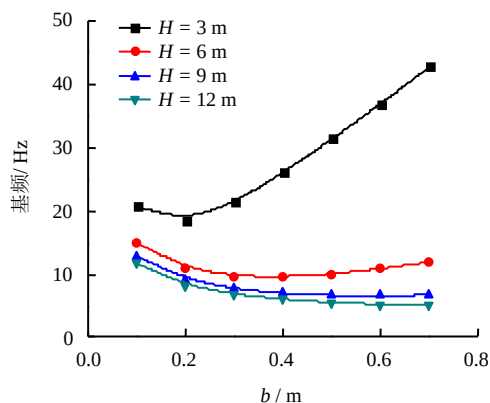


图 7 b 对基频的影响

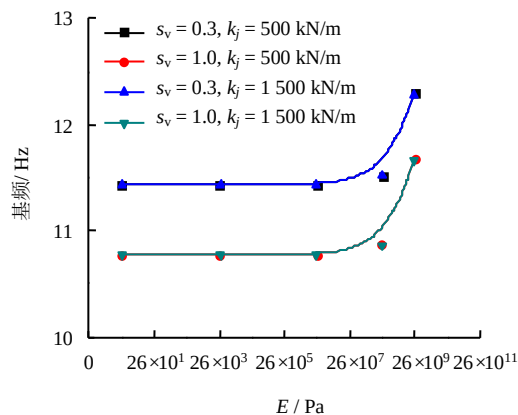
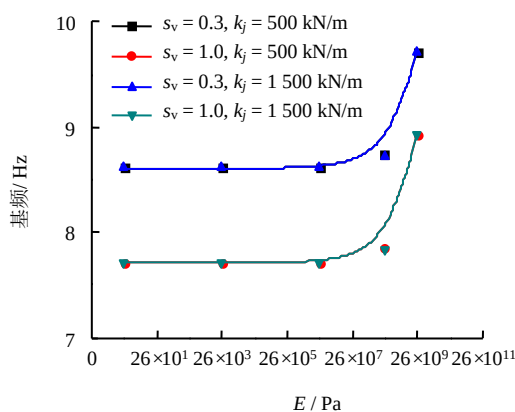
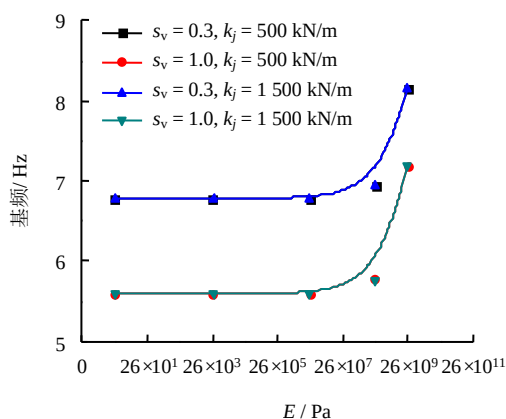
Fig.7 Effects of b on fundamental frequencies

时的一般加筋土挡墙 ($3 \text{ m} \leq H \leq 9 \text{ m}$) 基频变化规律可发现, 最小基频通常出现在面板宽度为 $0.2 \sim 0.4 \text{ m}$ 之间, 但其基频最小值远大于实际地震荷载主频值, 因此, 面板整体现浇式加筋土挡墙 (面板宽度通常为 0.3 m) 在地震荷载下可避免共振的产生。

3.2.4 面板模量

图 8 为不同面板模量时加筋土挡墙基频变化趋势, 分析可得: 加筋土挡墙基频随着面板模量的减小呈现先减小后不变的变化规律。出现上述规律的原因可能为当墙体模量不断减小时, 面板对固有频

率的影响减弱,填土与筋材等效弹簧刚度对固有频率的影响相对增强。除此之外,对比图8中不同填土模量工况可知,填土模量的减小将导致墙体基频的减小。

(a) $E_s = 34.6 \text{ MPa}$ (b) $E_s = 17.3 \text{ MPa}$ (c) $E_s = 8.65 \text{ MPa}$ 图8 E 对基频的影响Fig.8 Effects of E on fundamental frequencies

4 讨论

加筋土挡墙在动荷载作用下的动力响应是个复

杂的结构-填土及填土-筋材的相互作用过程。为了能够实现对其固有频率的理论求解,在求解中对计算条件进行了一定的简化分析,但在动荷载下墙体的实际变形与受力将甚是复杂,如面板的变形可能介于固支与铰支之间,甚至出现平动;填土将产生塑性变形;筋材应变随加载加速度不断变化等。针对上述实际现象的求解分析,理论上可以分别通过能量法、考虑阻尼系数等来解决,但能量法却只能获得近似解,而阻尼系数的加入往往增加计算求解的困难。

如图9所示,为了进一步分析边界条件与筋材应变取值对计算结果的影响,与固支边界条件相比,铰支时本文的计算解将变小并且随着墙高的增大,边界条件对基频计算值的影响逐渐减小,除此之外,墙体基频值随着筋材应变的增大而减小,因此,当认为墙体变形介于固支与铰支之间时,基频值将小于固支解。筋材应变值的选取对于墙高较小时的影响较小,随着墙高的增大,其影响逐渐增大。

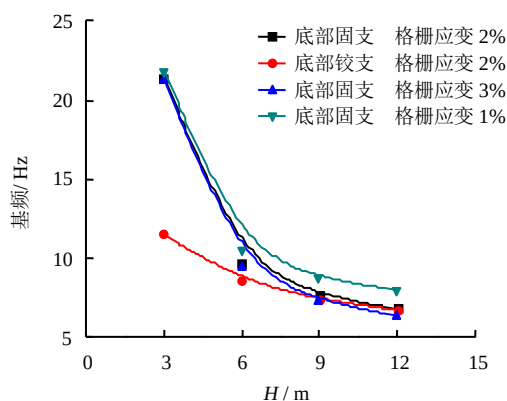


图9 边界条件及格栅应变对基频影响

Fig.9 Effects of boundary conditions and reinforcement strain on fundamental frequencies

5 结论

加筋土挡墙地震荷载下固有频率的大小对墙体的抗震性能影响显著。本文基于温克尔弹性地基梁理论,建立了考虑面板-填土、面板-筋材相互作用的固有频率解析表达式。将本文固有频率计算结果与既有计算方法的计算结果对比后,验证了本文计算结果的准确性。通过参数分析主要得到以下结论:

- (1) 筋材长度与筋材-填土界面摩擦系数对加筋土挡墙固有频率的影响不明显。
- (2) 加筋土挡墙基频随着面板宽度的增大整体呈现先减小后增大趋势。

(3) 随着加筋密度的增大, 其对加筋土挡墙基频的影响不断增大。

(4) 随着面板模量的减小, 其对基频的影响逐渐减小。增大填土模量可以提高墙体基频。

参 考 文 献

- [1] TATSUOKA F, TATEYAMA M, UCHIMURA T, et al. Geosynthetic-reinforced soil retaining walls as important permanent structures, 1996–1997 Mercer Lecture[J]. **Geosynthetics International**, 1997, 4(2): 81–136.
- [2] LING H I, LESHCHINSKY D, CHOU N N S. Post-earthquake investigation on several geosynthetic-reinforced soil retaining walls and slopes during the Ji-Ji earthquake of Taiwan[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2001, 21(4): 297–313.
- [3] 周德培, 张建经, 汤涌. 汶川地震中道路边坡工程震害分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2010, 29(3): 565–576.
ZHOU De-pei, ZHANG Jian-jing, TANG Yong. Seismic damage analysis of road slopes in Wenchuan earthquake[J]. **Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering**, 2010, 29(3): 565–576.
- [4] 贾亮, 朱彦鹏, 来春景. 地震作用下加筋挡土墙筋带拉力计算研究[J]. 岩土工程学报, 2013, 35(增刊 1): 412–417.
JIA Liang, ZHU Yan-peng, LAI Chun-jing. Calculation of bar tension in reinforced earth retaining wall under earthquake load[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2013, 35(Supp.1): 412–417.
- [5] 程亚男, 孙树林, 阮晓波, 等. 加筋土挡墙地震稳定性的拟动力分析[J]. 岩土力学, 2013, 34(12): 3573–3579.
CHENG Ya-nan, SUN Shu-lin, RUAN Xiao-bo, et al. Pseudo-dynamic analysis of seismic stability of reinforced soil walls[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2013, 34(12): 3573–3579.
- [6] 朱宏伟, 姚令侃, 张旭海. 两种加筋土挡墙的动力特性比较及抗震设计建议[J]. 岩土工程学报, 2012, 34(12): 2073–2080.
ZHU Hong-wei, YAO Ling-kan, ZHANG Xu-hai. Comparison of dynamic characteristics between netted and packaged reinforced soil retaining walls and recommendations for seismic design[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2012, 34(12): 2073–2080.
- [7] LATHA G M, SANTHANAKUMAR P. Seismic response of reduced-scale modular block and rigid faced reinforced walls through shaking table tests[J]. **Geotextiles and Geomembranes**, 2015, 43(4): 307–316.
- [8] 汪益敏, 张晖, 黎寰, 等. 考虑地震时程的加筋土挡土墙动力分析[J]. 振动与冲击, 2013, 32(24): 187–197.
WANG Yi-min, ZHANG Hui, LI Huan, et al. Dynamic analysis of reinforced soil retaining walls considering time history of seismic acceleration[J]. **Journal of Vibration and Shock**, 2013, 32(24): 187–197.
- [9] LING H I, LIU H, MOHRI Y. Parametric studies on the behavior of reinforced soil retaining walls under earthquake loading[J]. **Journal of Engineering Mechanics**, 2005, 131(10): 1056–1065.
- [10] MATSUO H, OHARA S. Lateral earth pressure and stability of quay walls during earthquakes[J]. **Technology Reports of the Yamaguchi University**, 1976, 1(4): 455–466.
- [11] SCOTT R F. Earthquake-induced pressures on retaining walls[C]//Proceedings of the 5th World Conference on Earthquake Engineering. [S. l.]: [s. n.], 1973: 1611–1620.
- [12] WU G, FINN W D L. Seismic pressures against rigid walls[M]//Analysis and Design of Retaining Structures Against Earthquakes. [S. l.]: [s. n.], 1996: 1–18.
- [13] GHANBARI A, HOOMAAN E, MOJALLAL M. An analytical method for calculating the natural frequency of retaining walls[J]. **International Journal of Civil Engineering**, 2013, 11(1): 1–9.
- [14] RAMEZANI M S, GHANBARI A, HOSSEINI S A A. Analytical method for calculating natural frequencies of geosynthetic-reinforced wall with full-height concrete facing[J]. **Geosynthetics International**, 2017, 1(24): 1–13.
- [15] TATSUOKA F, TATEYAMA M, KOSEKI J, et al. Geosynthetic-reinforced soil structures for railways in Japan[J]. **Transportation Infrastructure Geotechnology**, 2014, 1(1): 3–53.
- [16] VELETOS A S, YOUNAN A H. Dynamic modeling and response of soil-wall systems[J]. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1994, 120(12): 2155–2179.
- [17] 中铁第一勘察设计院集团有限公司. TB10001–2006 铁路路基设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2006.
China Railway First Survey and Design Institute Group Co., Ltd. TB 10001–2006 Code for design on subgrade of railway[S]. Beijing: China Railway Publication House, 2006.
- [18] HATAMI K, BATHURST R J. Effect of structural design on fundamental frequency of reinforced-soil retaining walls[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2000, 19(3): 137–157.